

2

Divisibilidad.

- 2.1 Relación de divisibilidad. Múltiplos y divisores
- 2.2 Cálculo de múltiplos. Problemas.
- 2.3 Cálculo de divisores. Problemas.
- 2.4 Criterios de divisibilidad.
- 2.5 Números primos y compuestos.
- 2.6 Descomposición de un número en factores.
- 2.7 Máximo común divisor de dos o más números. Problemas.
- 2.8 Mínimo común múltiplo de dos o más números. Problemas.

1. Relación de divisibilidad. Múltiplos y divisores.

Ejercicios:

(1) Comprueba la relación de divisibilidad completando la oración como en el ejemplo:

a) 24 y 3. Tienen relación de divisibilidad.

24 es un **múltiplo** de 3 porque $24 = 3 \cdot 8$, que equivale a que $24 : 3 = 8$ (exacta)

b) 7 y 35. Tienen relación de divisibilidad.

35 es _____, que equivale a que _____

c) 42 y 6. Tienen relación de divisibilidad.

42 es _____, que equivale a que _____

d) 16 y 64. Tienen relación de divisibilidad.

64 es _____, que equivale a que _____

e) 72 y 9. Tienen relación de divisibilidad.

72 es _____, que equivale a que _____

(2) Comprueba la relación de divisibilidad completando la oración como en el ejemplo:

a) 28 y 4. Tienen relación de divisibilidad.

4 es un **divisor** de 28 porque $28 = 4 \cdot 7$, que equivale a que $28 : 4 = 7$ (exacta)

b) 36 y 6. Tienen relación de divisibilidad.

6 es _____, que equivale a que _____

c) 8 y 40. Tienen relación de divisibilidad.

8 es _____, que equivale a que _____

d) 96 y 3. Tienen relación de divisibilidad.

3 es _____, que equivale a que _____

e) 72 y 9. Tienen relación de divisibilidad.

9 es _____, que equivale a que _____

Ejercicios:

(3) Determina si existe relación de divisibilidad entre los siguientes números.

a) 9 y 18 c) 24 y 8 e) 72 y 6 g) 49 y 11 i) 81 y 27

b) 135 y 5 d) 224 y 40 f) 400 y 16 h) 568 y 46 j) 625 y 25

(4) Determina si existe relación de divisibilidad entre los siguientes números.

a) 13 y 247 b) 17 y 323 c) 943 y 23

(5) Completa el hueco con un dígito para que exista relación de divisibilidad.

a) 17 y 13□ b) 15□ y 8 c) 9 y 24□

2. Cálculo de múltiplos. Problemas.

Ejercicios:

(6) Determina los primeros 5 múltiplos de los siguientes números:

- | | | |
|--------|--------|---------|
| a) 8, | d) 12, | g) 15, |
| b) 35, | e) 24, | h) 60, |
| c) 72, | f) 96, | I) 120, |

(7) Determina los primeros 10 múltiplos de los siguientes números e indica entre ellos sus múltiplos comunes.

a) 6 y 8: Múltiplos de 6:

Múltiplos de 8:

Múltiplos comunes de 6 y 8:

b) 9 y 15 Múltiplos de 9:

Múltiplos de 15:

Múltiplos comunes de 9 y 15:

c) 12 y 20 Múltiplos de 12:

Múltiplos de 20:

Múltiplos comunes de 12 y 20:

d) 18 y 24 Múltiplos de 18:

Múltiplos de 24:

Múltiplos comunes de 18 y 24:

e) 20, 24 y 30 Múltiplos de 20:

Múltiplos de 24:

Múltiplos de 30:

Múltiplos comunes de 20, 24 y 30:

f) 15, 25 y 35 Múltiplos de 15:

Múltiplos de 25:

Múltiplos de 35:

Múltiplos comunes de 15, 25 y 35:

Ejercicios:

- (8) Un autobús (A) pasa por la estación de autobuses cada 30 minutos y otro (B) cada 40 minutos. Si ambos empiezan su horario a las 7:00h y terminan a las 21:00, escribe las horas en las que pasarán por la estación de autobuses y señala las horas en las que coinciden los dos.
- (9) Raúl colecciona unos cromos. Cada sobre tiene 6 cromos. Escribe el número de cartas que tendrá cada vez que se compre 1 sobre. Javier también colecciona cromos, pero en su caso, los sobres tienen 8 cromos cada uno. Escribe el número de cartas que tendrá Javier cada vez que compre 1 sobre. Antes de llegar a los 100 cromos ¿en qué momentos tendrán el mismo número de cromos?
- (10) Una máquina proporciona billetes de 20€, y otra máquina billetes de 50€. Escribe las primeras 10 cantidades que puede dar cada máquina. ¿Qué cantidades de dinero coinciden en ambas máquinas?
- (11) En un supermercado venden magdalenas en bolsas de 8 unidades y en otro supermercado las venden en bolsas de 12 unidades. ¿Qué cantidades de magdalenas se pueden conseguir si compramos en el primer supermercado? ¿Y en el segundo? ¿Que cantidades podemos conseguir tanto en el primer supermercado como en el segundo?
- (12) Sabemos que un número es múltiplo de 15, de 12, y de 20. sabiendo que el número es menor de 200, ¿qué número podría ser?

3. Cálculo de divisores. Problemas.

Ejercicios:

(13) Calcula todos los divisores de los siguientes números:

a) 10

e) 18

i) 20

b) 24

f) 30

j) 31

c) 40

g) 60

k) 64

d) 72

h) 120

l) 144

Ejercicios:

- (14) ¿De cuántas formas se pueden equipar con el mismo número de alumnos cada uno en una clase con 30 alumnos? Determina el número de equipos y número de alumnos en cada equipo en cada caso. (Determina todas las posibilidades)
- (15) ¿De cuántas formas se pueden distribuir en recipientes iguales 40 galletas de forma que cada recipiente tenga el mismo número de galletas? Determina el número de recipientes y número de galletas en cada uno de ellos, en cada caso. (Determina todas las posibilidades)
- (16) Queremos organizar a los 24 alumnos de una clase en filas y columnas de forma que cada fila y columna tenga el mismo número de alumnos. ¿De cuántas formas distintas podemos organizarlos? Describe los distintos casos.
- (17) Un coleccionista de sellos quiere hacer paquetes con el mismo número de sellos cada paquete. Si tiene 64 sellos, ¿de cuántas formas distintas puede hacer los paquetes? ¿Cuántos sellos habrá en cada paquete en cada caso?
- (18) Queremos distribuir en bandejas 36 canapés. ¿Cómo podríamos distribuirlos para que cada bandeja tenga el mismo número de canapés? Determina todas las posibilidades detallando el número de bandejas y número de canapés en cada una de ellas en cada caso.

4. Criterios de divisibilidad.

Un número es divisible por 2 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 3 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 5 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 10 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 4 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 11 si la suma de las cifras en posición par menos la suma de las cifras en posición impar es 0 o múltiplo de 11

Ejemplos:

Ejercicios:

(19) Rodea los números divisibles por 2:

5 68 1003 688 902 1110 80201

(20) Rodea los números divisibles por 3:

7 18 72 84 9012 7041 770703

(21) Rodea los números divisibles por 5:

5 20 35 1003 60 8005 102030

(22) Rodea los números divisibles por 10:

5 35 4005 1005 300 3020 909090

(23) Rodea los números divisibles por 4:

16 64 1024 374 808 996 10292

(24) Rodea los números divisibles por 11:

121 103070 91817 105008101

Un número es divisible por 6 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 8 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 9 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 12 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 7 si: _____

Ejemplos:

Un número es divisible por 15 si: _____

Ejemplos:

Ejercicios:

(25) Rodea los números divisibles por 6:

462 1002 702 10032

(28) Rodea los números divisibles por 12:

144 824 356 2706

(26) Rodea los números divisibles por 9:

72 8028 10701 87606

(29) Rodea los números divisibles por 15:

105 1365 545 1840

(27) Rodea los números divisibles por 8:

256 192 1024 2040

(30) Rodea los números divisibles por 24:

248 6060 1804 5640

Ejercicios:

(31) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 2	Múlt. 3	Múlt. 5
246			
40680			
109805			

(32) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 2	Múlt. 3	Múlt. 10
240			
4065			
7980			

(33) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 3	Múlt. 5	Múlt. 11
20515			
46090			
30345			

(34) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 3	Múlt. 5	Múlt. 11
20614			
15690			
214125			

(35) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 4	Múlt. 9	Múlt. 11
20504			
43648			
11111			

(36) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 4	Múlt. 9	Múlt. 11
1044			
11484			
242244			

Ejercicios:

(37) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 4	Múlt. 6	Múlt. 8
1024			
3072			
50308			

(38) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 4	Múlt. 6	Múlt. 8
2160			
6040			
4008			

(39) Completa con Sí o No según exista o no relación de divisibilidad:

	Múlt. 12	Múlt. 15	Múlt. 20
1440			
3500			
1560			

(40) Investiga: “¿Cuál es el criterio de divisibilidad del 7?”

(41) Investiga: “¿Cuál es el criterio de divisibilidad para las potencias de 2?”

(42) Investiga: “¿Cuál es el criterio de divisibilidad para las potencias 3?”

5. Números primos y compuestos.

Decimos que un número natural mayor que 1 es un número primo cuando sus únicos divisores son él mismo y la unidad.

Por ejemplo: 2, 13, 5, 17, ...

Decimos que un número natural mayor que 1 es un número compuesto cuando no es primo.

Por ejemplo: 12, 8, 15, 20, ...

Ejercicios:

(43) Criba de Eratóstenes. El objetivo es determinar los primos menores que 100. Para ello, en el siguiente listado de números del 1 al 100, has de tachar aquéllos que no sean primos (es decir, los compuestos)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

a) Para ello tacha los múltiplos de 2, 3, 5 y 7 (sin tacharlos a ellos mismos claro)

b) Escribe los números que quedan:

c) Piensa ¿por qué es suficiente con tachar solo los múltiplos de los primos menores de 10 para obtener los primos menores que 100?

(44) Determina si los siguientes números son primos o compuestos.

a) 153

d) 231

b) 143

e) 319

c) 161

f) 517

6. Descomposición de un número en factores.

Ejercicios:

(45) Determina la descomposición en factores primos de los siguientes números:

a) 4

d) 18

f) 36

h) 42

b) 8

e) 24

g) 40

i) 45

c) 12

(46) Determina los números asociados a las siguientes descomposiciones:

a) $2^2 \cdot 5 =$

e) $2 \cdot 3 \cdot 5 =$

b) $2^2 \cdot 5^2 =$

f) $2 \cdot 3 \cdot 7 =$

c) $2^3 \cdot 5^4 =$

g) $3 \cdot 5^2 =$

d) $2^4 \cdot 5^3 =$

Ejercicios:

(47) Determina la descomposición en factores primos de los siguientes números:

a) 60

e) 68

i) 100

m) 150

b) 64

f) 72

j) 120

n) 144

c) 80

g) 92

k) 121

o) 196

d) 70

h) 96

l) 175

p) 225

(48) Determina los números asociados a las siguientes descomposiciones:

a) $2 \cdot 7^2 =$

e) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3 =$

b) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 =$

f) $3^2 \cdot 5^2 =$

c) $2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 =$

g) $3 \cdot 5^3 =$

d) $2 \cdot 5^2 \cdot 11 =$

h) $3 \cdot 7 \cdot 11 =$

7. Máximo común divisor de dos o más números.

Método artesanal

Usando la descomposición

Ejercicios:

(49) Calcula el máximo común divisor de los siguientes números:

a) 8 y 10

g) 15 y 20

b) 12 y 20

h) 27 y 32

c) 40 y 75

i) 25 y 60

d) 8 y 12

j) 42 y 35

e) 16 y 15

k) 100 y 81

f) 18, 27 y 36

l) 12, 15 y 24

Ejercicios:

(50) Calcula el máximo común divisor de los siguientes números:

a) 18, 24 y 30

c) 100, 200 y 150

b) 24, 36 y 60

d) 120, 150, 180

(51) Tenemos 36 manzanas y 40 melocotones. Queremos ponerlos en bolsas, de forma que no se mezclen manzanas con melocotones y colocando el mayor número de piezas en cada bolsa. ¿Cuántas piezas de fruta tendremos que poner en cada bolsa? ¿Cuántas bolsas necesitaremos?

(52) En una tienda tienen 96 llaveros y 144 imanes de frigorífico. El dueño quiere colocarlos en expositores de forma que cada expositor tenga el mismo número de artículos y sin mezclar llaveros con imanes. Si además quiere poner el mayor número de artículos en cada expositor, ¿cuántos expositores necesitará? ¿Cuántos artículos tendrá que poner en cada expositor?

(53) Un joyero tiene 64 piedras preciosas rojas y 80 verdes, todas de un tamaño similar. El joyero quiere colocarlas en bolsas con el mismo número cada bolsa y sin mezclar las rojas con las verdes. ¿Cuántas bolsas necesita el joyero como mínimo? ¿Cuántas piedras preciosas tendrá que poner en cada bolsa en ese caso?

Ejercicios:

- (54) Queremos cortar un tablero rectangular de madera de 120 metros de alto por 180 metros de largo en piezas cuadradas. Si queremos que las piezas sean lo más grandes posibles, ¿cómo habrá que cortar el tablón? ¿Cuántas piezas obtendremos?
- (55) Javier tiene una colección con figuras en miniatura de coches, motos y aviones. Tiene 24 motos, 32 coches y 16 aviones y los quiere colocar en estanterías de forma que no se mezclen los tipos de miniaturas y colocando el mayor número de miniaturas en cada estantería. ¿Cuántas miniaturas ha de colocar en cada estantería? ¿Cuántas estanterías necesitará?
- (56) Un frutero tiene 72 melocotones y 60 manzanas que quiere colocar en bolsas con el mismo número de frutas en cada bolsa y sin mezclar melocotones con manzanas. ¿Cuántas bolsas necesita como mínimo?
- (57) Un huerto rectangular tiene unas dimensiones de 120 por 200 metros. Su dueño quiere dividirlo en parcelas cuadradas del mismo tamaño. ¿Cuántas parcelas podrá hacer como mínimo? ¿Cuál será su tamaño en ese caso?
- (58) Un coleccionista de monedas tiene 18 monedas de oro, 45 de plata y 36 de bronce. Quiere guardarlas en bolsas con el mismo número de monedas en cada bolsa y sin mezclar los materiales. ¿Cuántas bolsas necesitará como mínimo? ¿Cuántas monedas tendrá que poner en tal caso en cada bolsa?

8. Mínimo común múltiplo de dos o más números.

Método artesanal

Usando la descomposición

Ejercicios:

(59) Calcula el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

a) 8 y 6

g) 15 y 20

b) 4 y 9

h) 9 y 24

c) 10 y 15

i) 25 y 15

d) 8 y 12

j) 28 y 35

e) 16 y 15

k) 40 y 36

f) 18, 45 y 20

l) 12, 15 y 24

(60) Calcula el máximo común divisor de los siguientes números:

a) 18, 24 y 30

c) 72, 200 y 150

b) 24, 36 y 60

d) 120, 150, 180

(61) En una parada de autobús coinciden dos líneas de autobús (A y B) a las 12:00. Si el autobús A pasa por esa parada cada 15 minutos y el autobús B cada 20 minutos, ¿cuándo volverán a coincidir?

(62) En una parada de autobús coinciden dos líneas de autobús (C y D) a las 8:00. Si el autobús C pasa por esa parada cada 24 minutos y el autobús D cada 40 minutos, ¿cada cuánto tiempo coinciden? ¿Cuántas veces habrá pasado cada uno de estos autobuses antes de volver a coincidir?

(63) Tres nietos van a visitar a su abuela cada cierto tiempo. Javi, va a visitarla cada 6 días, Luisa cada 8 días y Daniela cada 10 días.

a) ¿Cada cuántos días coincidirán Javi y Luisa?

b) ¿Y Javi con Daniela?

c) ¿Y los tres?

- (64) En una calle, un panel iluminado de una tienda se apaga y enciende cada 4 segundos; en otra tienda, otro panel se apaga y enciende cada 5 segundos y un tercero más adelante cada 6 segundos. ¿Cada cuánto tiempo se apagarán encenderán los tres a la vez?
- (65) En una zapatería tienen cajas de distintas alturas. En la primera columna de cajas, la altura de cada caja es de 16 cm. En la segunda, la altura es de 20 cm y en la tercera, cada caja tiene una altura de 24 cm. ¿A qué altura coincidirán las tres columnas por primera vez? ¿Cuántas cajas habrá en total cuando eso suceda?
- (66) En una fábrica, las máquinas de la zona A son revisadas cada 15 días, las de la zona B cada 20 días y las de la zona C cada 25 días. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán las revisiones en las 3 zonas?
- (67) Julián, Martina y Margarita tienen la misma colección de cartas de jugadores de baloncesto. Sabiendo que Julián las organiza de 8 en 8, Martina de 10 en 10 y Margarita de 12 en 12, ¿cuántas cartas tienen como mínimo?. Sabiendo que la colección tiene entre 200 y 250 cartas, ¿cuántas cartas tiene la colección?
- (68) Un grupo de 3 percusionistas realiza unos ritmos de forma que el primero de ellos hace sonar el bombo cada 4 segundos, el segundo cada 6 segundos y el tercero cada 9 segundos. ¿Cada cuánto tiempo harán sonar el bombo los tres a la vez? ¿Cuánto tiempo habrá hecho sonar el bombo cada uno de ellos antes de coincidir todos?

FICHA DE REPASO

1. Determina si existe relación de divisibilidad entre los siguientes números. En caso de existir dicha relación, explica por qué.

(a) 3 y 10

(b) 4 y 24

(c) 8 y 56

(d) 9 y 123

2. Calcula los 10 primeros múltiplos de 14.

3. Completa la siguiente tabla con SÍ o NO:

	Múltiplo de 2	Múltiplo de 3	Múltiplo de 4	Múltiplo de 5	Múltiplo de 9	Múltiplo de 11
2376						
16038						
12375						

Operaciones:

4. Determina todos los divisores de 48.

5. ¿Qué es un número primo? Rodea los números que sean primos.

51

221

151

133

6. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

(a) 32 y 48

(b) 18 y 16

(c) 24,20 y 16

(d) 120 y 144

7. En una clase hay 30 alumnos. ¿De cuántas formas se pueden agrupar para formar equipos con el mismo número de alumnos en cada equipo? Describe dichas formas.
8. Tenemos 60 magdalenas y 80 croissants que queremos poner en bolsas de forma que cada bolsa tenga el mismo número de artículos.
- (a) ¿Cuántos artículos podemos poner en cada bolsa como máximo?
 - (b) ¿Cuántas bolsas necesitamos como mínimo?

9. Tenemos azulejos cuadrados de dos tipos. Unos de 15 cm de lado y otros de 18 cm de lado. Si los colocamos en columna de forma que la primera columna tenga azulejos de 15 cm, la segunda de 18 cm, la tercera con azulejos de 15 cm y así sucesivamente, ¿a qué altura coincidirá el borde superior del azulejo?
10. En una fábrica, las tres máquinas que allí funcionan comienzan su actividad a las 8:30h. Cada máquina emite un sonido de aviso cierto tiempo. Algunas emiten dicho sonido cada 12 minutos, otras cada 15 y otras cada 20. ¿Cuándo emitirán las máquinas dicho sonido a la vez? Si las máquinas funcionan ininterrumpidamente hasta las 18:00h, ¿cuántas veces sonará dicho sonido de forma simultánea en las tres máquinas?